

# 1 מבוא

## 1.1 נושא המחקר ומטרותיו

בראשית ברא אלוהים את השמים ואת הארץ, והארץ הייתה תוהו ובוהו וחשך על פני תהום... ויבדל אלוהים בין האור ובין החשך... ויבדל בין המים אשר מתחת לרקיע ובין המים אשר מעל לרקיע... ויקרא אלוהים ליבשה ארץ ולמקווה המים קרא ימים... (בראשית א')

חלוקת המרחב לתת-מרחבים והקשר ביניהם, הגדרת מקומות והכנסת סדר הם בעצם המהות של התכנון האדריכלי. המרחב התלת-ממדי הסובב אותנו אשר בו מתנהלים חיינו הן הפרטי והסגור מן הבועה האישית ועד מקום המגורים, והן המרחב הציבורי, כגון הרחובות, החצרות ומבני הציבור הם חללים המוגדרים על-ידי מחיצות, לעיתים - מחיצות פיסיות ולעיתים - מחיצות וירטואליות תחושתיות.

מחיצות אלה, המבדילות בין חללים שונים, מתארות בדרך כלל, מעטפות פתוחות ורציפות, אחרת היינו מקבלים חללים סגורים, אשר לא ניתן היה לבוא ולצאת בהם, דהיינו - לא ניתנים לשימוש. רציפות המחיצות מאפשרת קשר בין החללים ומעבר ממקום למקום במעין מבוך (לבריינט).

המבוך עשוי להיות מסודר בדרגות סדר שונות. כאשר אנו מדברים על דרגות סדר, ההפך מתוהו ובוהו, אנו מתכוונים בעצם לדרגות מחזוריות שונות. דהיינו - קיימים אלמנטים חוזרים ברמת מורכבות שונה לדוגמא: חדר/דירה במבנה מגורים, חדר/משרד במבנה משרדים, חדר במלון וכד'. מהתחום העירוני ניתן להבחין במגרש, מבנה, שכונה, עיר וכד' כאלמנטים חזרתיים.

מאז ימי בראשית לא קיים תוהו ובוהו; תמיד נוכל למצוא סדר כלשהו בכל תופעה שנבחן, החל מהבחנה בין חושך לאור וכלה בגרעין שבאטום, כחלק המחזורי הקטן ביותר.

מחיצות המגדירות במרחב התלת ממדי תת-מרחבים שונים, יוצרות סוג של דואליות בין תת המרחבים, דהיינו, יש קשר בין תת-המרחב הנמצא מצידה האחד של המחיצה לבין תת-מרחב-דואלי הנמצא מצידה השני של המחיצה. במערכים מסודרים ומחזוריים דואליות זו מתקיימת על פי חוקיות מדויקת.

הדיון המורפולוגי-קונספטואלי במעטפות (מחיצות) דו-ממדיות מחזוריות הוא בעל חשיבות להבנת המרחב ופיתוח היכולת להבנת וארגון המרחב הן מהבחינה הפונקציונלית והן מהבחינה העיצובית.

התופעה של חלוקת המרחב לתת-מרחבים היא תופעה נרחבת ביותר וניתן להבחין במספר רב של אפשרויות לחלוקת המרחב. נמנה להלן את התופעות הנפוצות והמוכרות לנו:

1. חלוקת המרחב על ידי מעטפות המגדירות חללים סגורים (Convex, Spherical). במקרה זה עוסק הדיון המורפולוגי בקשר בין החללים, או, ליתר דיוק, הקשר בין הנפחים (גופים) המוגדרים על-ידי המעטפות. הדיון עשוי לעסוק בשאלות שונות: האם הגופים האלה נוגעים זה בזה? האם חלק מן המחיצה משותפת לגופים סמוכים? ואם כן ניתן לדון באריזה של הגופים – אריזה דלילה או צפופה.
2. חלוקת המרחב על ידי יריעה רציפה ואינסופית אשר אינה מגיעה לחיתוך עצמי. כל אחת מן היריעות האלה מחלקות את המרחב לשני תת-מרחבים הנמצאים כל אחד מצידה האחר של היריעה. תת-מרחבים אלה אינם נפגשים ואינם נחתכים זה בזה.
3.  $n$  יריעות רציפות, אינסופיות ושאינן מגיעות לחיתוך עצמי, מחלקות את המרחב ל- $n$  תת-מרחבים אשר אינם נפגשים ביניהם.
4. יריעה אין סופית ולא רציפה, דהיינו קיימים בה פתחים המאפשרים מעבר מצד אחד של היריעה לצידה השני. מחיצה זו אינה מחלקת את המרחב, אלא מגדירה תת-מרחבים אשר קיים קשר ביניהם.

## 1.2 מהות התופעה, הגדרה ודרכים להבנתה

התיזה דנה בתופעה של יריעות אינסופיות, רציפות וחלקות המחלקות את המרחב לשני תת-מרחבים. בין כל היריעות המחלקות את המרחב לשני תת-מרחבים קיימת משפחת יריעות ייחודית המחלקת את המרחב לשני תת-מרחבים זהים. יריעות מהסוג הנ"ל התגלו לראשונה על ידי הרמן שוורץ\*.

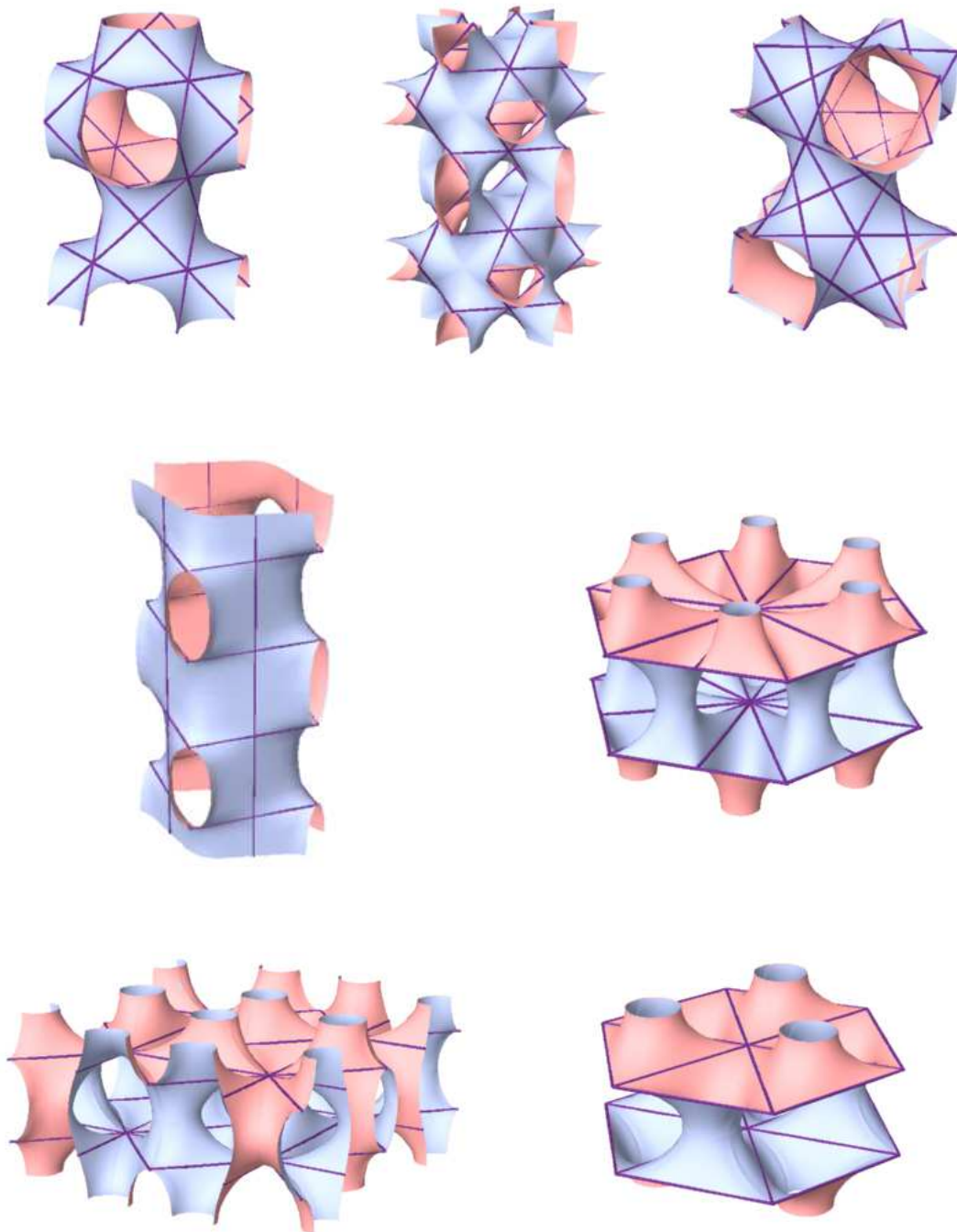
הדיון המורפולוגי, בתופעה הייחודית של היריעות המחלקות את המרחב לשני תת-מרחבים זהים, מאפשר התמקדות בחקירת התופעה הספציפית לימודה והסקת מסקנות לגבי כלל התופעה של חלוקת המרחב. מטרת המחקר היא להתמודד עם מספר נושאים:

- א. חקירת התופעה של המרחבים המחזוריים הזהים והמחיצה ביניהם.
- ב. הקשר בין הסדר, ארגון המרחב וחלוקתו לבין חבורות הסימטריה המגדירות סדר זה.
- ג. תחום היתכנות התופעה, האם מספר היריעות המקיימות תכונה זו של חלוקת המרחב לשני תת-מרחבים זהים, הוא מספר סופי או שמא אינסופי? האם קיימת דרך למיון, מיון טופולוגי, של היריעות?

התופעה של חלוקת המרחב לשני תת-מרחבים זהים על-ידי יריעות חלקות, רציפות והמשכיות היא תופעה מוכרת וידועה. עד כה ידועות ומוכרות שבע יריעות השונות טופולוגית זו מזו, המקיימות תכונה זו. היריעות מיוצגות בציור 1 על ידי קטע מהן.

\* הרמן אמנדוס שוורץ Hermann Amandus Schwarz 1843-1921 מטמטיקאי גרמני שעסק בעיקר בגיאומטריה.

עבודת התיזה תצביע על תכונות היריעות המחלקות את המרחב לשני תת-מרחבים זהים. בהסתמך על תכונות אלה יפותחו כלים לזיהוין ואיתורן של יריעות המקיימות תכונות אלה.



ציור 1 - שבע יריעות המחלקות את המרחב לשני תת-מרחבים זהים השונות טופולוגית זו מזו.

*Seven topologically different 2-manifolds which divide the space into two identical subspaces*